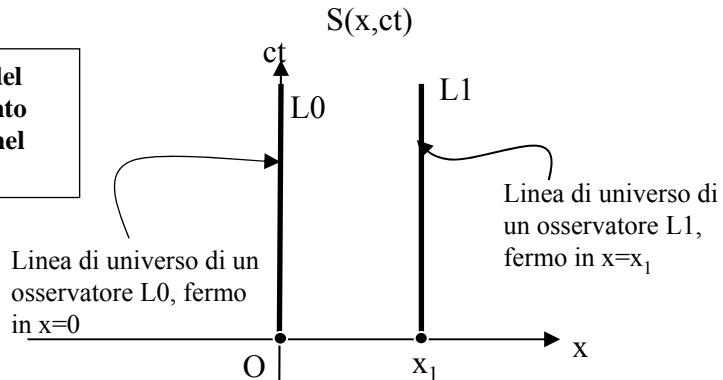


Definizione dei simboli utilizzati

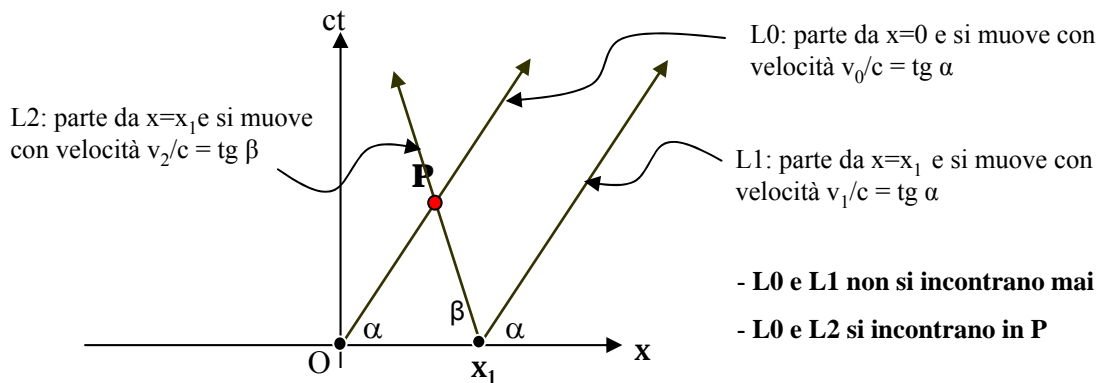
- $S(x,ct)$ : Sistema di riferimento inerziale con origine in  $O$ , e assi  $(x, ct)$ ;  $c$  = velocità della luce nel vuoto.
- $L_0, L_1 \dots$  linee di universo degli osservatori  $L_0, L_1$
- $A, B, C, P \dots$  eventi nello spazio tempo;  $A(x)$  evento  $A$  nella posizione spaziale  $x$ ;  $B(t)$  evento  $B$  nella posizione temporale  $t$ ;  $C(x,t)$  evento  $C$  nella posizione spazio-temporale  $x,t$ .
- $\bullet$  = posizione di un certo evento.

Lo spazio-tempo in due dimensioni.

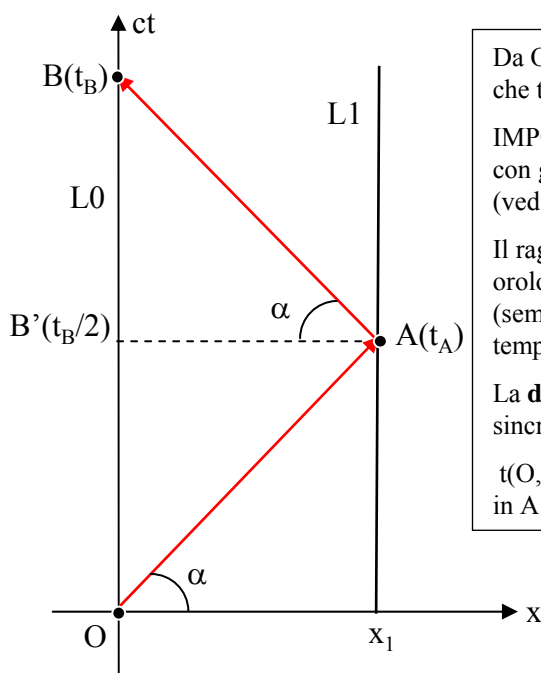
**Il piano dello spazio-tempo  $x, ct$  del sistema "a riposo"  $S(x, ct)$ . Il punto  $O(0,0)$  è l'origine e rappresenta, nel sistema  $S$ : qui e ora.**



Linee di universo nello spazio-tempo



Definizione di "simultaneità" di eventi misurati con orologi sincroni.



Da  $O$  parte un raggio di luce verso  $A$ . Nel grafico l'angolo  $\alpha$  è tale che  $\text{tg } \alpha = ct/x$ , ma  $x/t = c$ , quindi  $\text{tg } \alpha = 1$ , e  $\alpha = 45^\circ$ .

**IMPORTANTE:** nel piano  $(ct;x)$  la luce fa **sempre** un angolo di  $45^\circ$  con gli assi, se sono ortogonali. Se gli assi non sono ortogonali (vedi dopo) l'angolo è la bisettrice dei due assi.

Il raggio di luce arriva all'osservatore  $L_1$  in  $A$  che legge sul suo orologio il tempo  $t_A$ , poi viene riflesso e va verso l'osservatore  $L_0$ , (sempre facendo un angolo di  $45^\circ$  con gli assi), dove arriva in  $B$  al tempo  $t_B$ .

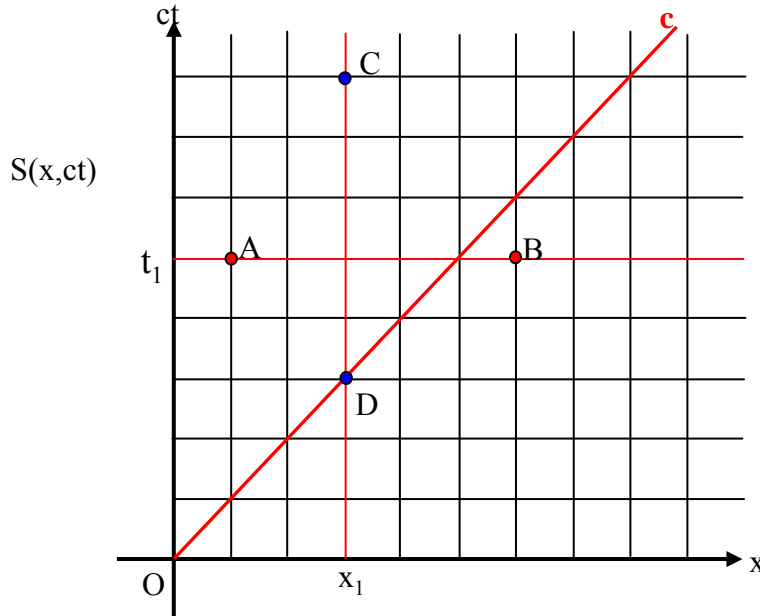
La **definizione** di simultaneità dice che gli orologi in  $O$  e in  $B$  sono sincronizzati se:

$t(O, B') = t(B, B')$  quindi  $t(B') = t_B/2$  e  $t(B') = t(A)$ , e gli eventi in  $B'$  e in  $A$  sono simultanei nel sistema  $S(x, ct)$ .

Ogni linea orizzontale unisce eventi simultanei, ex. **A** e **B** avvengono nello stesso istante  $t_1$ .

Ogni linea verticale unisce eventi che avvengono nello stesso luogo, ex. **C** e **D** avvengono nello stesso luogo  $x_1$ .

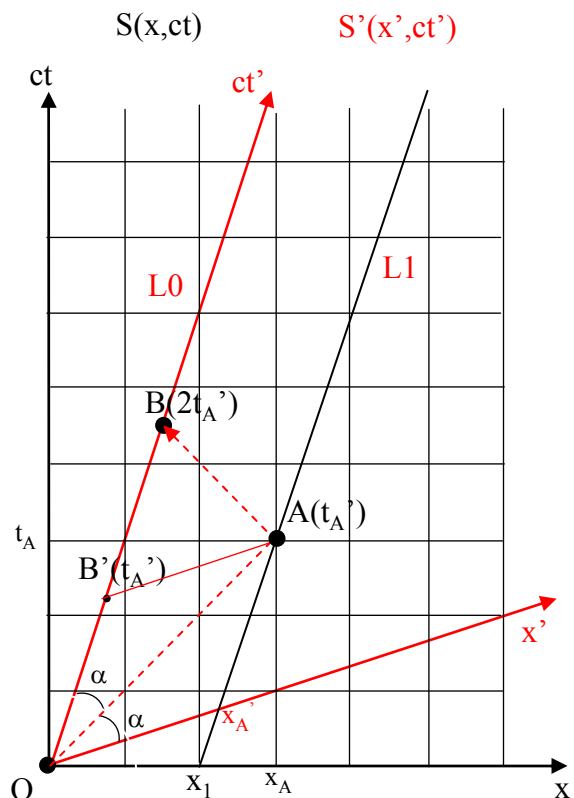
L'evento D è raggiunto da un fascio di luce partito da O.



Come si costruisce la griglia per un sistema di riferimento S' in moto rispetto ad S

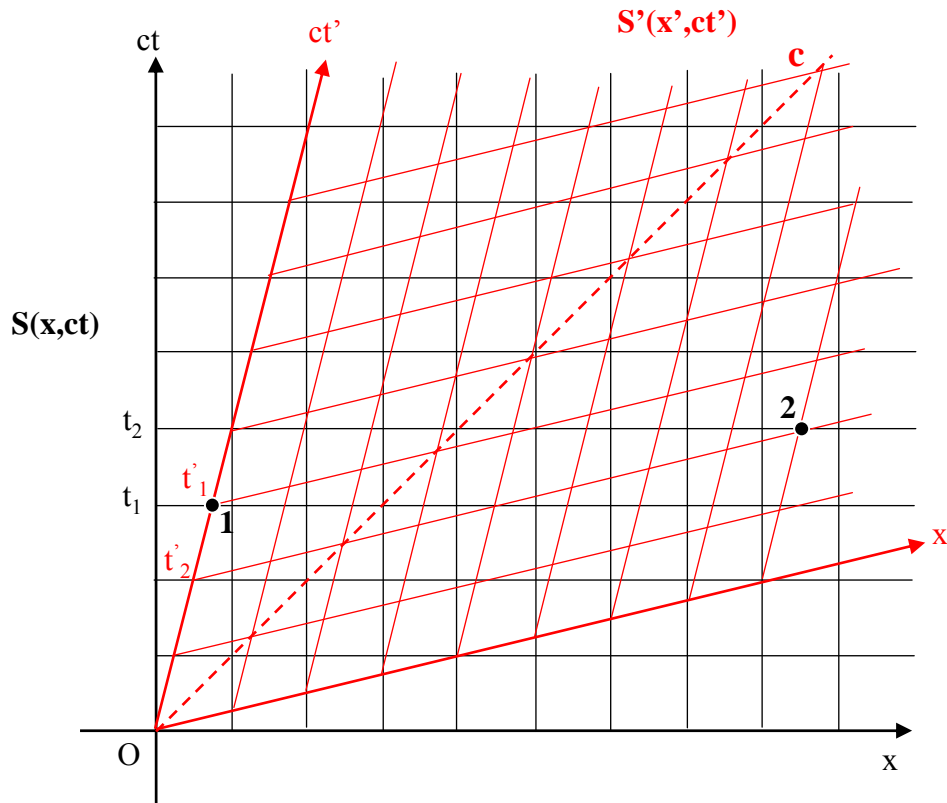
Il sistema S(x,ct) è il sistema a riposo. L0 ed L1 sono le linee di universo di due osservatori che sono partiti da 0 (L0) e da  $x_1$  (L1) con la stessa velocità  $v < c$ . Il sistema che vogliamo caratterizzare è quello in cui L0 è a riposo., S'.

- L'asse L0 sarà l'asse dei tempi  $ct'$ .
- Da O inviamo un raggio di luce che incontra L1 nel punto A, all'istante  $t_1'$ . La luce viaggia sempre a  $45^\circ$ .
- A riflette il raggio, che ritorna all'osservatore L0 in B all'istante  $2t_1'$ . La luce viaggia sempre a  $45^\circ$ .
- Per definizione di sincronismo, il punto B', a metà strada fra O e B, ha lo stesso tempo  $t_1'$  di A.
- L'asse  $x'$  si può costruire in due modi:
  - 1) l'asse  $x'$  è il simmetrico dell'asse  $ct'$  rispetto al raggio di luce, i due angoli  $\alpha$  sono uguali, è questo che garantisce che la velocità della luce sia sempre c.
  - 2) Si traccia la retta che parte da O (origine di S' al tempo  $t'=0$ ), parallela al tratto B'A. Questo tratto infatti congiunge per definizione tempi simultanei nel sistema  $t'$ .
- La griglia completa si ottiene tracciando le rette parallele ai due assi di S' ( $x'$ ,  $ct'$ ). Vedi dopo.
- Si noti che l'evento A ha coordinate diverse nei due sistemi di riferimento:  
A in S( $x_A, t_A$ ) e in S' ( $x'_A, t'_A$ ).



I due eventi **1** e **2** hanno un ordine temporale che dipende dal sistema in cui vengono misurati.

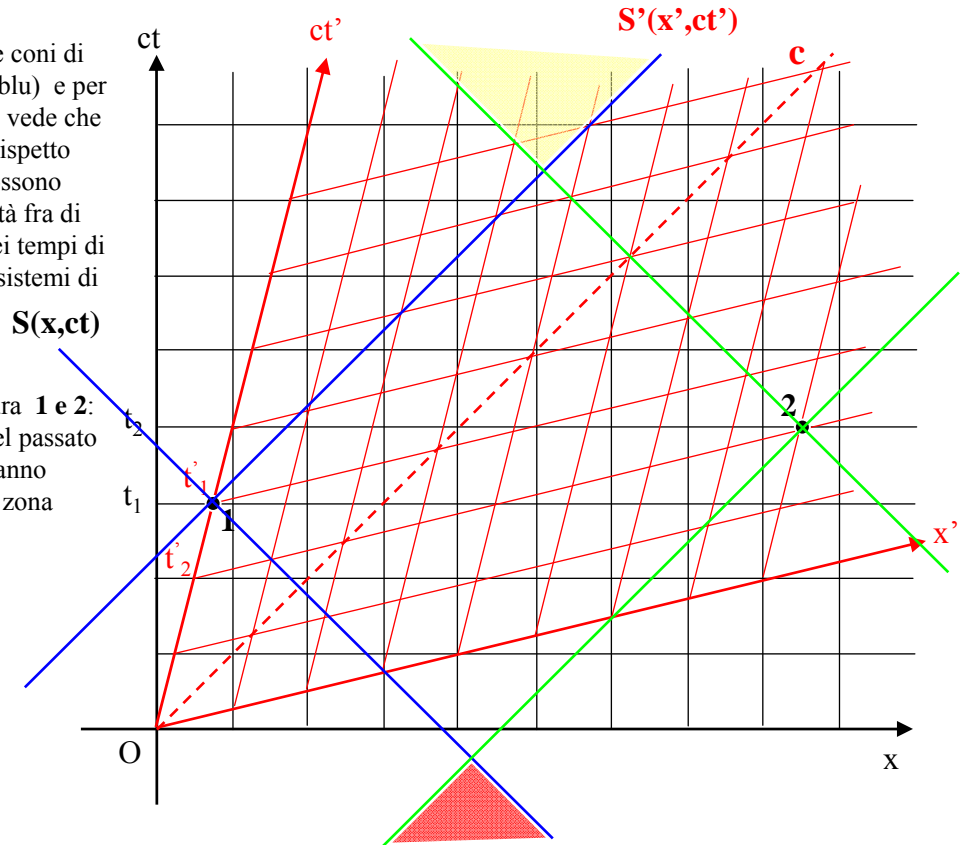
- Nel sistema  $S(x,ct)$   $t_1 < t_2$  quindi l'evento 1 precede l'evento 2
- Nel sistema  $S'(x',ct')$   $t_2' < t_1'$  quindi l'evento 2 precede l'evento 1



Problemi di causalità: soluzione

Dopo aver disegnato i due coni di luce per l'evento **1** (linee blu) e per l'evento **2** (linee verdi), si vede che **1** e **2** sono "altrove" uno rispetto all'altro, per cui non ci possono essere relazioni di causalità fra di loro, e l'ordine relativo dei tempi di accadimento dipende dai sistemi di riferimento.

Nella storia passata o futura **1** e **2**: possono aver interagito nel passato nella zona ROSSA o potranno interagire nel futuro nella zona GIALLA.



## La struttura dello spazio tempo in 2 dimensioni $x, ct$

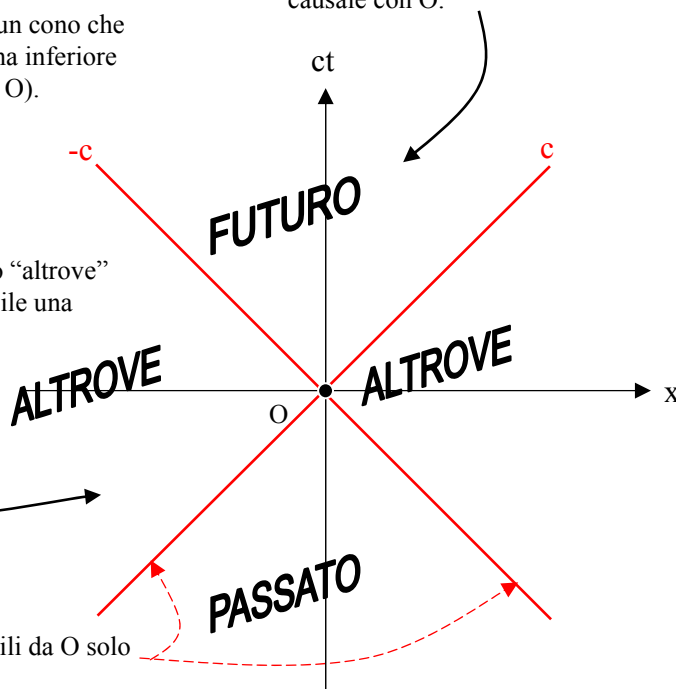
La “distanza” fra due eventi, uno dei quali avviene nell’origine  $O$  (qui e ora), mentre l’altro ha coordinate  $x, ct$ , è:  $s^2 = c^2t^2 - x^2$ .

In 3 dimensioni  $(x,y,ct)$  le rette  $\pm c$  diventano un cono che separa la zona superiore (il futuro di  $O$ ), la zona inferiore (il passato di  $O$ ) e la zona laterale (l’altrove di  $O$ ). Analogamente in 4 dimensioni  $(x,y,z,ct)$ .

Eventi “tempo”:  $s^2 > 0$ , sono nel passato o nel futuro di  $O$ , è possibile una relazione causale con  $O$ .

Eventi “spazio”:  $s^2 < 0$ , sono “altrove” rispetto ad  $O$ , NON è possibile una relazione causale con  $O$ .

Eventi “luce”:  $s^2 = 0$ , sono eventi raggiungibili da  $O$  solo tramite segnali luminosi a velocità  $c$ .



La distanza spazio temporale  $s^2 = c^2t^2 - x^2$  è rappresentata, nelle quattro zone del grafico (futuro, passato || altrove) da iperbole. Tutti gli eventi di ogni singola iperbole hanno la stessa distanza da  $O$ . Ma non sono gli stessi eventi!

Un evento tempo:  $s^2 > 0$ , in particolare questo ha:  $s^2 = a^2$ .  $E_t (x=0, ct=a)$

Un evento spazio:  $s^2 < 0$ , in particolare questo ha:  $s^2 = -b^2$ .  $E_x (x=-b, ct=0)$

